

Recenzja pracy doktorskiej
autor: Vinh Le Duc

tytuł: Korelacje kwantowe w układach PT-symetrycznych

promotor: prof. dr hab. Wiesław Leoński
promotor pomocniczy: dr inż. Konrad Marek Gruszka

Przedstawiona mi do recenzji praca jest modelowym studium efektów kwantowych korelacji i splątania w kwantowych układach złożonych z 2 lub 3 podukładów w postaci sprzężonych wnek obsadzonych łącznie jednym fotonem. Straty i zyski są zbilansowane, tak że efektywny hamiltonian nie jest hermitowski, ale może mieć rzeczywiste wartości własne dzięki niezmienniczości względem kombinowanej symetrii PT (parzystość i odbicie w czasie).

Problem stanów splątanych i związanych z nimi korelacji kwantowych jest przedmiotem aktualnych badań w rozmaitych aspektach zarówno z powodów fundamentalnych, bo dotyczących podstaw mechaniki kwantowej, jak i praktycznych, ze względu na możliwe wykorzystania w kwantowej teorii informacji. Rozszerzenie klasy badanych hamiltonianów (lub hamiltonianów efektywnych) do pewnych klas operatorów niehermitowskich także dotyczy podstaw mechaniki kwantowej i jest tematem licznych ukazujących się prac. Tematyka pracy wpisuje się w prężnie rozwijający się obecnie nurt badań optyki kwantowej; tak więc podjęty w doktoracie temat jest zarówno aktualny, jak i bardzo interesujący. Jak wynika z informacji zawartych w pracy, w chwili jej złożenia Autor był współautorem trzech publikacji naukowych (opublikowanych w czasopismach Acta Physica Polonica A oraz Symmetry) oraz czterech komunikatów konferencyjnych.

Praca jest napisana w języku angielskim, dodano do niej streszczenie w języku polskim, liczy 110 stron, składa się z czterech rozdziałów i bibliografii, w spisie treści Autor sygnalizuje istnienie na stronie 110. Indeksu, którego zabrakło. Rozprawa nie jest wolna od błędów, które jednak nie utrudniają jej zrozumienia.



Streszczenie jest krótkie. Pierwsze dwa akapity uzasadniają znaczenie badań korelacji i rodzaje tych ostatnich oraz hamiltonianów PT-symetrycznych. Dalej Autor sygnalizuje zawartość czterech kolejnych obszernych rozdziałów stanowiących właściwą część pracy. Dwa początkowe rozdziały stanowią wstęp teoretyczny, zaś dwa kolejne zawierają prezentację i dyskusję wyników uzyskanych przez Doktoranta. Struktura pracy jest więc logiczna i poprawna. Uzupełnienie stanowią obszerna bibliografia i długa lista rysunków.

Rozdział 1 poświęcony jest pojęciu i charakterystyce stanów splątanych. Zaczyna się w podrozdziale 1.1 od definicji stanu separowalnego i splątanego zarówno w przypadku stanów czystych jak i mieszanych. Zrozumienie wywodów utrudnia nieco fakt, że obiekty typu $M_{\{a/x\}}$ z równania 1.12 nie zostały wcześniej precyzyjnie zdefiniowane. W podrozdziale 1.1.2 podano kilka wariantów miar splątania opartych na pojęciach entropii, konkurencji (concurrence) lub ujemności (negativity). Wspomniano także o możliwościach uogólnienia miar splątania dla układów złożonych z więcej niż dwu podukładów. Brakuje choćby krótkiego komentarza, w którym uzasadniono by te miary i porównano je. Nie jest jasne, po jakim zbiorze obliczyć minimum we wzorze 1.14. Ostatnie dwa zdania na str. 8, dyskutujące wzór 1.15, wydają się niejasne lub niesłuszne. Podrozdział 1.2 jest poświęcony kwantowemu sterowaniu (steering) jednego podukładu przez pomiar wykonany na drugim podukładzie. Zdefiniowano niesterowalność, gdy przewidywania wyników pomiarów dają się zinterpretować w kategoriach lokalnych zmiennych ukrytych (LHS). W podrozdziale 1.2.2 wspomniano o mierze sterowalności opartej na porównaniu entropii von Neumanna w wersji kwantowej i wersji LHS. Rozdział 1.3 traktuje o nielokalności w sensie Bella (podrozdział 1.3.1) i wprowadza jej miarę, w szczególności dla bozonowych operatorów kreacji i anihilacji (podrozdział 1.3.2). Wyprowadzono nierówność 1.72, której złamanie w szczególnych przypadkach oznacza nielocalne korelacje Bella lub kwantowe sterowanie. Wprowadzony tu parametr sterowania będzie zastosowany w dalszych częściach pracy. W podrozdziale 1.4 przypomniano definicję funkcji korelacji pierwszego i drugiego rzędu.

Rozdział 2 poświęcony jest symetriom parzystości, odwrócenia czasu oraz ich złożenia. Podano własności operatorów symetrii. Operator odbicia w czasie należałoby raczej określać jako antyliniowy niż nieliniowy, autor używa zresztą poprawnie określenia antyunitarny. Mam zastrzeżenia do zapisu wektora stanu jak w równaniu 2.16 i następnych: funkcja falowa i to pod znakiem dirakowskiego keta nie może mieć równocześnie argumentów x oraz p . Ważny z punktu widzenia dalszych zastosowań jest podrozdział 2.3, w którym pokazano, że dla PT-symetrycznego



hamiltonianu rzeczywistość wartości własnych wiąże się jednoznacznie z niezmienniczością wektora własnego względem transformacji PT.

W rozdziale 3. przedstawiono liczne wyniki dla modelu dwóch sprzężonych wnęk, 1 -ze stratą i 2 – z zyskiem (Autor używa niekonsekwentnie terminów aktywna i pasywna), z parametrami tak dobranymi, aby hamiltonian był PT-symetryczny, a wartości własne – rzeczywiste. Podano, że operator symetrii P jest dany x -ową macierzą Pauliego, a operator T – jest sprzężeniem zespolonym, ale nie uzasadniono tego przez nawiązanie do treści rozdziału 2, co stanowiłoby wzbogacenie analizy omawianych zagadnień. Wartości własne hamiltonianu są rzeczywiste, gdy współczynnik sprzężenia jest większy od współczynnika straty/zysku. Początkowo jedna z wnęk (1 lub 2) zawiera 1 foton, a druga jest pusta, a hamiltonian dopuszcza wymianę fotonów. Ewolucja stanu opisana jest równaniem „master”, a strata/zysk opisane są operatorami Lindblada. Praca zyskałaby na czytelności, gdyby explicite napisano równania, które rozwiązywano.

Najpierw zaprezentowano funkcje korelacji pierwszego i drugiego rzędu, dla równych argumentów czasowych wszystkich operatorów. Osobno zbadano i porównano przypadki, gdy w stanie początkowym obsadzona jednym fotonem była tylko wnęka 1 lub wnęka 2. Zachowanie funkcji korelacji jest badane w zależności od stosunku współczynnika straty/zysku do współczynnika sprzężenia. Dla małego współczynnika strat/zysku obserwowane są oscylacje: funkcja $G^{\{1\}}$ posiadają głębokie minima w odstępach czasowych $\pi/2$ (w jednostkach odwrotności stałej sprzężenia) czyli odpowiadające częstości Rabi'ego oscylacji obsadzeń, a funkcja $G^{\{2\}}$ posiada tam wąskie maksima. Przy zwiększeniu tego współczynnika oscylacje są stłumione, a funkcje korelacji zmierzają do wartości asymptotycznych. Regułą jest więc pojawienie się częściowej spójności o wartości zmiennej w czasie. Asymptotyczny poziom spójności jest większy dla większego współczynnika straty/zysku. Autor wspomina w podsumowaniu o różnicy prezentowanych wyników z tymi z pracy [169], której jest współautorem, ale tego niestety nie dyskutuje.

Następnie Autor przedstawia wyniki dla miary splątania, jaką jest ujemność (negativity). Nie komentuje, dlaczego spośród kilku kryteriów przedstawionych wcześniej wybrał właśnie to. Znowu przebadano przypadki, gdy w stanie początkowym obsadzona była tylko wnęka 1 lub tylko wnęka 2. Pokazano, że ujemność jest oscylującą i gasnącą do zera funkcją czasu dla małej wartości parametru straty/zysku, natomiast dla dużej wartości tego parametru zmierza do niezerowej wartości asymptotycznej. Maksymalne wartości ujemności początkowo maleją ze wzrostem współczynnika straty/zysku, a potem wzrastają, ale minimum dla początkowo obsadzonej wnęki 1 jest głębsze niż dla początkowo obsadzonej wnęki 2. Stacjonarne wartości ujemności są zauważalne tylko dla dużej



wartości współczynnika straty/zysku i rosną razem z nim. Niezrozumiałe jest zdanie pod koniec strony 47, w którym Autor stwierdza, że w przypadku początkowo obsadzonej wnęki 2 ujemność w chwili początkowej jest różna od zera: nie widać tego na rysunku 3.8 i chyba tak nie powinno być; oczekiwałabym szczegółowego komentarza na ten temat.

W ostatnim podrozdziale Autor przedstawia czasową ewolucję parametru sterowania, zdefiniowanego w rozdziale 1. Jego dodatnia wartość ($S_{jk} > 0$) świadczy o sterowaniu kubitu j przez kubit k . Ponownie jak poprzednio badano przypadki, gdy początkowo obsadzona była jedna lub druga wnęka. Pokazano w szczególności, że dla małego współczynnika straty/zysku kierunek sterowalności oscyluje w czasie, a po zwiększeniu wartości tego współczynnika sterowalność zanika po kilku mniej regularnych oscylacjach. Maksymalne wartości parametru sterowania w obu kierunkach szybko spadają przy zwiększaniu współczynnika straty/zysku w przypadku początkowego obsadzenia wnęki 1, natomiast w przypadku początkowego obsadzenia wnęki 2 wnęka 1. steruje wnęką 2 tylko przy małej wartości współczynnika straty/zysku, podczas gdy przy jej zwiększaniu wnęka 2. dalej steruje wnęką 1.

Rozdział 4. poświęcony jest badaniu splątania w przypadku trzech sprzężonych wnęk: pomiędzy wnęki 1 i 2 wstawiono jeszcze wnękę neutralną 3 (bez strat ani zysku). Sąsiadujące wnęki są sprzężone, natomiast przypadki istotnego lub zerowego sprzężenia wnęk 1 i 3 są dyskutowane dalej. Na początku zbadano zakresy parametrów, w których interesująca symetria występuje. Odpowiedni zakres parametrów został zademonstrowany na rysunku, a ma szczególnie prostą postać, gdy wnęki 1 i 3 nie są sprzężone.

Obliczenia wykonano w przypadkach, gdy początkowo foton znajduje się w jednej z wnęk, a pozostałe są puste. Najpierw obliczono ewolucje miar splątania dwu podukładów, tzn. zbadano ujemność (negativity) dla macierzy gęstości dla dwóch wnęk, otrzymanej w wyniku redukcji pełnej macierzy gęstości względem trzeciej wnęki. Na licznych rysunkach przedstawiono zależność od czasu dla ujemności N_{12} , N_{23} i N_{13} dla różnych wartości współczynnika straty/zysku, przy początkowym obsadzeniu poszczególnych wnęk, dla wnęk 1 i 3 sprzężonych lub niesprzężonych. Ujemności te oscylują dla słabego tłumienia, podczas gdy dla większego tłumienia oscylacje te szybko gasną. Pokazano też jak maksymalne wartości ujemności zależą od współczynnika strat/zysku przy różnych stanach początkowych oraz jaki jest poziom ujemności dla rozwiązań stacjonarnych. Interesujące jest, że w przypadku tych ostatnich ujemność N_{13} jest równa zero, nawet gdy wnęki 1 i 3 są sprzężone. Istnieje zakres parametru straty/zysku, gdzie N_{12} i N_{23} , a więc i odpowiednie splątania, rosną wraz z tym parametrem.

W następnym etapie zbadano splątanie dla trzech podukładów. Odnotować należy, iż w tym fragmencie zachodzi niekonsekwencja oznaczeń: ujemność dla dwu podukładów pomiędzy podukładami (wnękami) i oraz j traktowanymi łącznie i podukładem k jest oznaczana jako $N_{\{ij-k\}}$, podczas gdy na str. 10 ma postać $N_{\{k-ij\}}$. Ponadto definicja ujemności typu 1.22 lub 4.16 różni się od definicji 4.19 o czynnik 2.

Na rysunkach pokazano ujemności $N_{\{12-3\}}$, $N_{\{23-1\}}$ i $N_{\{13-2\}}$ oraz ujemność dla trzech podukładów, będącą średnią geometryczną tych trzech. Zademonstrowano jak ujemności te, a więc stopień splątania, wykonują oscylacje w czasie, gasnąc w zależności od współczynnika straty/zysku. Ujemność dla trzech podukładów zachowuje się podobnie, gdy początkowo obsadzono wnękę 1 lub 3, a jej oscylacje są wyraźnie inne, gdy początkowo obsadzono wnękę 2. Wyłączenie sprzężenia wnęk 1 i 3 powoduje wyraźne ilościowe zmiany ujemności w przypadkach początkowo obsadzonych wnęk 1 lub 3, a mało zmienia w przypadku początkowo obsadzonej wnęki 2.

Ostatni podrozdział poświęcony jest badaniu sterowania w omawianym układzie. Pokazano, że kierunki i wartości parametru sterowania oscylują w czasie dla małych wartości parametru straty/zysku, a efekt sterowania ginie przy wzroście tego parametru w przypadku początkowo obsadzonych wnęk 1 lub 3. Dla początkowo obsadzonej wnęki 2 obserwuje się tylko sterowanie przez nią wnęk 1 i 3, i to równoczesne.

W podsumowaniu należy stwierdzić, że cel założony we wstępie rozprawy został zrealizowany. Omówiono proste układy o symetrii PT i ewolucję splątania, szczegółowo przebadano zależności od parametrów układu i zilustrowano licznymi rysunkami. Praca dostarcza informacji, w jakich warunkach można otrzymać stany splątane o różnych szczegółowych własnościach w przypadku prostego modelowego układu. Niniejsza recenzja zawiera pewną liczbę uwag, których uwzględnienie spowodowałoby, że praca byłaby lepsza, **jednak jednoznacznie stwierdzam jednak, że praca w aktualnej postaci niewątpliwie spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i stawiam wniosek o dopuszczenie Doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**



Sylwia Zielińska-Raczyńska