



dr hab. Anna Kowalewska-Kudłaszyk, prof. UAM
Zakład Optyki Nieliniowej
Instytut Spintroniki i Informatyki Kwantowej
Wydział Fizyki, UAM Poznań

Poznań, 10.11.2022

Recenzja rozprawy doktorskiej zatytułowanej „Korelacje kwantowe w układach PT -symetrycznych. Quantum Correlations in PT -symmetric Systems." autorstwa mgr Vinh Le Duc.

Rozprawa doktorska mgr Vinh Le Duc została przygotowana w Zakładzie Optyki Kwantowej i Inżynierii Instytutu Fizyki Uniwersytetu Zielonogórskiego pod kierunkiem prof. dr hab. Wiesława Leońskiego oraz promotora pomocniczego dr inż. Konrada Marka Gruszki.

Rozprawa napisana jest w języku angielskim, składa się z czterech rozdziałów, wstępu, podsumowania, oraz wykazu bibliograficznego, na który składają się 172 pozycje: książki oraz artykuły naukowe opublikowane głównie w uznanych czasopismach z listy JCR.

Rozprawa doktorska dotyczy teoretycznych aspektów optyki kwantowej i jej zastosowań w teorii kwantowej informacji. Główny temat rozprawy związany jest z różnego rodzaju korelacjami kwantowymi w układach optycznych wykazujących tzw. PT -symetrię. Układy takie cieszą się w ostatnich latach dużym zainteresowaniem w podejmowanych badaniach zarówno od strony teoretycznej jak i eksperymentalnej, co wynika m.in. z możliwości powstawania nowych efektów fizycznych, szczególnie w okolicach tzw. punktów wyjątkowych (EPs) - tj. punktów, w których pojawia się przejście fazowe pomiędzy fazami o złamanej i niezłamanej symetrii. W mojej ocenie temat podjęty w prezentowanej rozprawie jest wartościowy i niewątpliwie znajduje się w głównym nurcie zainteresowań współczesnej optyki kwantowej.

Mgr Le Duc jest pierwszym autorem trzech publikacji. Dwie z nich stanowią główną podstawę rozprawy i ukazały się w *Symmetry* - czasopiśmie o wysokim IF 2,94. Trzeci artykuł został opublikowany w *Acta Physica Polonica A* (z IF 0.735, wg Scopus) i jest częściowo związany z głównym tematem prezentowanej rozprawy. Poza tym mgr Le Duc prezentował wyniki swoich badań w postaci komunikatów na czterech międzynarodowych konferencjach i warsztatach.

Pierwsze dwa rozdziały rozprawy poświęcone są teoretycznym podstawom układów PT -symetrycznych oraz korelacji kwantowych, które analizowane są w zasadniczej części pracy doktorskiej. Jako reprezentantów tych korelacji mgr Le Duc wybrał: *entanglement* (splątanie kwantowe), *steering* (sterowalność), oraz funkcje korelacji pierwszego i drugiego rzędu, jako te o największym potencjale aplikacyjnym w kwantowym przetwarzaniu informacji.

W pierwszym rozdziale przedstawione zostały różne wielkości służące do pomiaru stopnia splątania kwantowych stanów czystych i mieszanych. W publikacjach na podstawie których powstała oceniana dysertacja oraz w samej rozprawie wykorzystywana jest właściwie tylko jedna z nich – *negativity* (ujemność) - dlatego moim zdaniem dokładne omówienie pozostałych mogło zostać ograniczone. Zamiast tego, ponieważ jeden z analizowanych w rozprawie układów składa się z trzech qubitów, należałoby przedstawić dodatkowe informacje dotyczące splątania stanów takich właśnie układów. W szczególności, właściwe w tym miejscu byłoby przedstawienie i omówienie klasyfikacji różnego typu stanów splątanych układów z trzema qubitami.

Dalsze części tego rozdziału są poświęcone sterowaniu kwantowemu i nielokalności Bella. Rozdział ten jest dobrze napisany i dostarcza wystarczających informacji potrzebnych do analizy wyników przedstawionych w rozprawie. Chciałabym jednak zwrócić uwagę na to, że Autor nie wprowadza ani definiuje żadnego rodzaju nierówności Bella, dlatego też nie powinien używać w swojej klasyfikacji (przedstawionej na Rys. 1.1) stwierdzenia „stany naruszające nierówność Bella”. Nielokalność Bella może być wykryta przez naruszenie nierówności Bella, ale Doktorant w ogóle ich nie analizuje.

Ostatnia część pierwszego rozdziału poświęcona jest kwantowym funkcjom korelacji międzymodowych oraz funkcji autokorelacji. Można by też w tym miejscu dodatkowo omówić statystykę fotonów opartą na tych funkcjach. W równaniach pojawiły się drobne błędy, np.

- w (1.87) powinna być zdefiniowana funkcja międzymodowa G_{12} , zamiast funkcji autokorelacji
- mianownik w równaniu (1.90) jest nieprawidłowy.

Drugi rozdział wprowadza pojęcie *PT*-symetrii. Jest on dobrze napisany i omawia główne warunki prowadzące do pojawienia się przejścia fazowego pomiędzy fazą o złamanej i niezłamanej symetrii. Główna część rozprawy, oparta na badaniach wykonanych przez Doktoranta, poświęcona jest dwóm układom *PT*-symetrycznym, w których zachodzi przejście fazowe. Omawiane układy to: układ dwuwędkowy (z jedną wnęką pasywną i drugą aktywną) oraz trójwędkowy (z dodatkową wnęką neutralną) o dwóch różnych typach konfiguracji - liniowej i trójkątnej. Dla tych modeli omawiane są korelacje kwantowe, opisane w poprzednich rozdziałach.

Dla układu dwuwędkowego mgr Le Duc analizuje zachowanie się ujemności (*negativity*), korelacji międzymodowych pierwszego i drugiego rzędu oraz możliwości sterowania (*steering*) dla wartości parametrów, dla których układ znajduje się w fazie o niezłamanej symetrii *PT*. Przedstawiona jest ewolucja czasowa wszystkich tych wielkości dla różnych stanów początkowych układu. Doktorant wskazuje na różnice pomiędzy ewolucją

czasową tych wielkości dla różnych stosunków γ/β (które pozwalają na określenie jak blisko punktu wyjątkowego – EP - znajduje się badany układ). Głównym wnioskiem wynikającym z przedstawionych analiz jest to, że gdy układ jest daleko od punktu przejścia fazowego, wszystkie omawiane wielkości (ujemność, funkcje korelacji pierwszego i drugiego rzędu oraz parametr sterowalności) wykazują oscylacje, natomiast przy zbliżaniu się do EP zachowanie to ulega istotnej zmianie. Szczególnie interesujące jest to, że Autor pokazuje możliwość uzyskania stabilnych stanów splątanych, sterowalnych, z częściową koherencją pierwszego i drugiego rzędu w pobliżu punktu przejścia fazowego i udowadnia to poprzez analizę odpowiednich rozwiązań dla stanu ustalonego. Doktorant pokazał również, że dla mniejszych wartości γ/β oscylacje zanikają w czasie, a splątanie między stanami dwóch wnęk zanika. Sterowanie w omawianym układzie dwuwnękowym, jak pokazano, jest zawsze asymetryczne, co oznacza, że możemy obserwować tylko sterowanie jednokierunkowe (albo wnęka aktywna steruje wnęką pasywną, albo odwrotnie). Wyniki są ciekawe, ale mam zastrzeżenia co do sposobu ich przedstawienia (uwaga ta odnosi się do sposobu omawiania wyników w całej rozprawie). Główna część prezentacji poświęcona jest szczegółowemu technicznemu opisowi zachowania odpowiednich funkcji na poszczególnych rysunkach; oczekiwałbym raczej zwrócenia uwagi na fizyczną interpretację ewolucji korelacji i pozostałych wielkości, oraz ich wartości w stanie ustalonym. Jakie są konsekwencje obserwowanego zachowania? Oczekuję, że podczas obrony rozprawy mgr Le Duc szerzej wypowie się na ten temat, zwłaszcza że w publikacjach, których jest współautorem, odpowiednia dyskusja jest obecna.

Drugi omawiany przez Doktoranta układ składa się z trzech wnęk optycznych i również jest analizowany dla różnych stanów początkowych (wzbudzenie występuje tylko w jednej z wnęk). Wnęki występują w dwóch różnych konfiguracjach. W pierwszej z nich wnęka aktywna i pasywna oddziałują wzajemnie poprzez wnękę neutralną, ale nie bezpośrednio ze sobą. Druga konfiguracja obejmuje również bezpośrednie oddziaływanie pomiędzy wnęką aktywną i pasywną. W dyskusji wykazano, że położenie punktów wyjątkowych (EP) zależy od siły oddziaływania pomiędzy wnęką aktywną i pasywną, jak również od oddziaływania pomiędzy tymi wnękami a wnęką neutralną. Zatem dodatkowe bezpośrednie sprzężenie z wnęką neutralną wpływa na zakres parametrów, dla których cały układ znajduje się w fazie o niezłamanej symetrii *PT*.

W opisanym układzie 3-wnękowym, w obu konfiguracjach, zachowanie korelacji kwantowych jest bardziej złożone, gdyż splątanie może być generowane pomiędzy różnymi parami qubitów, jak również pomiędzy wszystkimi trzema qubitami (przy czym tylko niektóre pary qubitów mogą znaleźć się w stanie splątanym). Mgr Le Duc analizuje i opisuje takie przypadki, a dodatkowo zwraca uwagę na możliwość generowania splątania pomiędzy

qubitami, które nie oddziałują ze sobą bezpośrednio (konfiguracja liniowa). Po raz kolejny szczególnie interesujące jest to, że układ (w szczególności blisko punktu wyjątkowego EP) może generować stabilne stany splątane, co potwierdza analiza rozwiązań dla stanu ustalonego (*steady state solution*). Stwierdzono, że stan początkowy układu nie wpływa na rozwiązanie dla stanu ustalonego w zakresie splątania pomiędzy parami qubitów. Dla konfiguracji trójkątnej splątanie 3-kubitowe jest niezależne od stanu początkowego układu i w rzeczywistości przyjmuje małe wartości przy analizie jego ewolucji czasowej. Okazuje się również, że w żadnej z rozważanych konfiguracji nie można uzyskać stabilnego rozwiązania dla splątania pomiędzy trzema qubitami. Możliwe jest manipulowanie niezerowymi wartościami splątania pomiędzy parami qubitów, ale generowanie stabilnych stanów np. stanów typu GHZ nie jest możliwe.

Obecność dodatkowej wnęki neutralnej w modelu trójwnękowym wpływa znacząco na własności sterowalności w układzie. Doktorant pokazał, że przy początkowym wzbudzeniu wnęki pasywnej lub aktywnej, wnęka neutralna nie jest w stanie sterować pozostałymi. Obecność sprzężenia pomiędzy wnęką pasywną i aktywną wpływa w pewnym stopniu na wartości parametrów sterowalności, kierunek, w którym takie sterowanie jest możliwe, ale nie zmienia jakościowo tej zdolności. Wzbudzenie wnęki neutralnej pozwala jej na sterowanie pozostałymi wnękami. W każdym z omawianych przez mgr Le Duc przypadków można uzyskać jedynie asymetryczne sterowanie jednokierunkowe. Szkoda, że w tym rozdziale Doktorant nie omówił funkcji korelacji pierwszego i drugiego rzędu (jak to miało miejsce dla układu dwuwnękowego), biorąc pod uwagę nie tylko korelacje międzymodowe, ale także funkcje autokorelacji, aby uzyskać lepszy wgląd w problem statystyki fotonów. Być może temat ten jest warty kontynuacji w przyszłości.

Poniżej wymienię kilka ogólnych krytycznych uwag/pytań dotyczących rozprawy:

Kwestie merytoryczne:

1. We wstępie należałoby poświęcić więcej uwagi problemowi istotności układów *PT*-symetrycznych: dlaczego są one interesujące, jakie nowe efekty fizyczne wiążą się z różnymi fazami takich układów itp. Autor komentuje to jedynie, wskazując, że „...such systems have attracted a lot of attention and many publications devoted to those systems have appeared.” Nie wydaje mi się, że można to uznać za wystarczającą motywację do badań i należałoby podkreślić przede wszystkim aspekty fizyczne.
2. W podsumowaniu trzeciego rozdziału Doktorant pisze „The most interesting results are those concerning the situation when all the parameters correspond to the unbroken phase of *PT*-symmetry.” (str. 54). W publikacjach autorstwa Doktoranta, ani w samej rozprawie nie podano innych wartości parametrów użytych do analizy,

nie ma też żadnego komentarza dotyczącego przeprowadzenia takich badań, dlatego też Autor nie może jednoznacznie stwierdzić, czy są to faktycznie najciekawsze wyniki.

3. Na stronie 54 Doktorant pisze, że omawiane zachowanie koherencji nie zmienia się nawet po dodaniu oddziaływania nieliniowego (między wnękami, jak przypuszczam). W cytowanej publikacji [169] występuje układ liniowo sprzężonych oscylatorów nieliniowych (nie wnęk optycznych) - co nie może być traktowane jako uogólnienie układu analizowanego w rozprawie.
4. Dla obu układów 2- i 3-wnękowych analizowane są wartości własne odpowiednich niehermitowskich hamiltonianów. W związku z tym znalezione punkty wyjątkowe to tzw. Hamiltonian Exceptional Points (HEPs). Natomiast ewolucję czasową np. negatywności uzyskuje się w całym opisie kwantowym – z wykorzystaniem równania głównego (*master equation*), w którym zawarte są również wyrazy opisujące tzw. skoki kwantowe. Wiadomo, że w takim opisie punkty wyjątkowe - Liouvillian Exceptional Points (LEPs) nie zawsze muszą być równoważne HEPs. Czy Doktorant rozważał również to zagadnienie?
5. Czy Doktorant sprawdził, równoległość odpowiednich wektorów własnych diagonalizowanych Hamiltonianów w punktach wyjątkowych?
6. W rozprawie wiele rysunków jest reprodukowanych z publikacji, których współautorem jest mgr Le Duc. W opisach takich rysunków powinny być podane odpowiednie odnośniki do prac.

Błędy redakcyjne:

1. Oznaczenie wnęk w podpisie Rys.3.1 jest błędne. Z Hamiltonianu (3.1) i samego rysunku wynika, że wnęka 2 jest wnęką aktywną.
2. Pomocne w analizie wyników wartości stacjonarnych funkcji korelacji, oraz ujemności byłoby zaznaczenie w jakiś sposób na wykresach punktu przejścia fazowego. Widać byłoby wtedy, jak wspomniane własności zmieniają się w różnych fazach, a w szczególności w pobliżu EP.
3. Równanie (3.13) jest identyczne z (1.77), nie ma potrzeby go powtarzać.
4. Rys. 4.12 przedstawia rozwiązanie w stanie ustalonym dla ujemności opisujących splątanie między parami qubitów. Są tam linie ciągłe i przerywane, ale w podpisie tego rysunku nie jest wyjaśnione, dla jakich wartości parametrów zostały one przygotowane. Prawdopodobnie linia ciągła dotyczy przypadku $\chi=0$, a linia przerywana $\chi=0.1\beta$, ale nie jest to wyraźnie powiedziane.

5. Na niektórych rysunkach (jak Rys.4.11) rozwiązania dla $\chi=0$ są wykreślone liniami przerywanymi, a na innych (jak Rys.4.12, 4.20) liniami ciągłymi. Byłoby łatwiej dla czytelnika, gdyby zachowano pewną spójność w stylach linii w całej pracy.
6. Dobrze byłoby, gdyby na rysunkach przedstawiających rozwiązania splątania trójqubitowego w stanie ustalonym, dla wybranych do prezentacji wartości χ zaznaczono położenie EP - są one różne dla przypadków pokazanych na rysunkach.
7. Linie na fig. 4.23, 4.24, i 4.28 są słabo rozróżnialne - należałoby zastosować bardziej kontrastowe kolory.
8. Występują liczne literówki, błędy gramatyczne, niektóre zdania nie są dokończone.

Podsumowując, pomimo pewnych niedociągnięć rozprawy, w mojej ocenie treści naukowe są wartościowe i dostarczają nowych ciekawych wyników w szeroko eksplorowanej dziedzinie układów **PT**-symetrycznych i ich możliwych zastosowań. Zawartość merytoryczna rozprawy odpowiada problemowi postawionemu w jej tytule. Mgr. Le Duc potwierdził, że potrafi rozwiązywać problemy naukowe z zakresu optyki kwantowej oraz wykazał się umiejętnością stosowania różnych technik numerycznych niezbędnych do uzyskania czasowych i stacjonarnych rozwiązań równania głównego.

Uważam, że oceniana rozprawa doktorska spełnia wszystkie ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie Pana mgr Vinh Le Duc do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Anna Kowalewska-Kudłaszyk